

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

NGUYỄN MINH PHÚ

ĐƯỜNG TRÒN ARCHIMEDEAN LIÊN  
QUAN ĐẾN ARBELOS

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - 2021

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

—o0o—

NGUYỄN MINH PHÚ

**ĐƯỜNG TRÒN ARCHIMEDEAN LIÊN  
QUAN ĐẾN ARBELOS**

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp

Mã số: 8 46 01 13

**LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC**

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC  
PGS. TS. TRẦN VIỆT CƯỜNG

Thái Nguyên - 2021

# Danh sách hình vẽ

1.1	Hình định lý Stewart's . . . . .	3
1.2	Hình điều . . . . .	4
1.3	Hình định lý Brahmagupta . . . . .	4
1.4	Hình định lý Thales . . . . .	5
1.5	Hình "con dao thợ đóng giày" . . . . .	6
1.6	Đường tròn nội tiếp $\Delta FGH$ là Archimedean . . . . .	7
1.7	Đường tròn đường kính $DA'$ và $DB'$ là Archimedean. . . . .	8
1.8	Đường tròn đi qua $C$ với tâm $A''$ và $B''$ là Archimedean. . . . .	9
1.9	Đường tròn tiếp xúc với $CD$ có tâm $H$ và $K$ là Archimedean. . . . .	10
1.10	Đường tròn tiếp xúc với $CD$ có tâm $P$ và $Q$ là Archimedean. . . . .	11
1.11	Hai đường tròn tâm $S$ và tâm $T$ là Archimedean . . . . .	12
1.12	$\Delta CEN \sim \Delta DEF$ và $\Delta CEN \sim \Delta CJJ'$ . . . . .	13
1.13	Hai đường tròn tâm $R$ và $S$ là Archimedean . . . . .	14
1.14	$R'$ là hình chiếu vuông góc của $R$ trên $AB$ . . . . .	15
1.15	Đường tròn nội tiếp $\Delta A_1B_1C_1$ và $\Delta A_2B_2C_2$ là Archimedean. . . . .	16
2.1	Hai đường tròn bán kính $HF$ và $IG$ là Archimedean . . . . .	18
2.2	Đường tròn $(CE)$ và $(EF)$ là Archimedean . . . . .	20
2.3	Đường tròn nội tiếp tam giác $K_1L_1T_1$ và $K_2L_2T_2$ là Archimedean . . . . .	23
2.4	Đường tròn tâm $(J_1)$ và $(J_2)$ là Archimedean . . . . .	25
2.5	Đường tròn $(G_iE_i), (G_iF_i)$ và $(G_iD_i)$ là Archimedean . . . . .	27
2.6	Đường tròn $(CP), (PQ), (QC)$ là Archimedean. . . . .	28
2.7	Tam giác $NW_1W_2$ là tam giác đều . . . . .	30
2.8	Đường tròn nội tiếp tam giác $A_1B_1T_1$ và $A_2B_2T_2$ là Archimedean . . . . .	33

2.9	Đường tròn nội tiếp hai tam giác $T_1C_1D$ và $T_2C_2D$ là Archimedean	35
2.10	Đường tròn nội tiếp tam giác $T_1A_1B_1$ và $T_2A_2B_2$ là Archimedean .	38
2.11	Đường tròn nội tiếp tam giác $TEF$ là Archimedean . . . . .	39
2.12	Đường tròn nội tiếp tam giác $MN_1P_1, NP_1M_1, PM_1N_1$ và $M_1N_1P_1$ là Archimedean . . . . .	41
2.13	Đường tròn nội tiếp các tam giác $E_iP_iN_i, F_iN_iM_i, GM_iN_i, M_iN_iP_i$ là Archimedean . . . . .	42
2.14	Đường tròn nội tiếp các tam giác $E_iP_iN_i, F_iN_iM_i, GM_iN_i, M_iN_iP_i$ là Archimedean . . . . .	43
2.15	Đường tròn nội tiếp các tam giác $E_iN_iP_i, F_iP_iM_i, G_iM_iN_i, M_iN_iP_i$ là Archimedean . . . . .	44
2.16	Đường tròn nội tiếp các tam giác $E_iP_iN_i, F_iN_iM_i, GM_iN_i, M_iN_iP_i$ là Archimedean . . . . .	45
2.17	Đường tròn nội tiếp tam giác $E_1F_1G_1$ và $E_2F_2G_2$ là Archimedean	46
2.18	Đường tròn nội tiếp các tam giác $AA_1A_2$ và $BB_1B_2$ là Archimedean	47
2.19	Đường tròn nội tiếp tam giác $KK_1K_2$ là Archimedean . . . . .	48

## Danh sách ký hiệu

$(O)$	Đường tròn tâm $O$
$O(A)$	Đường tròn tâm $O$ bán kính $OA$
$(AB)$	Đường tròn đường kính $AB$
$(A, AB)$	Đường tròn tâm $A$ , bán kính $AB$
$(ABC)$	Đường tròn qua ba điểm $A, B, C$
$(Y)$	Đường tròn Yius tâm $Y$
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	Tam giác $ABC$ đồng dạng với tam giác $DEF$
(c.g.c)	Tiêu chuẩn cách - góc - cạnh
$f_I^k$	Phép nghịch đảo cực $I$ , phương tích $k$
$H_C^2$	Phép đồng dạng

# Mục lục

Danh sách ký hiệu	iii
Lời cảm ơn	v
Mở đầu	1
<b>1 Một số kiến thức chuẩn bị</b>	<b>3</b>
1.1 Một số kiến thức chuẩn bị . . . . .	3
1.2 Đường tròn Archimedean . . . . .	5
<b>2 Một số cặp đường tròn kiểu Archimedean khác</b>	<b>18</b>
2.1 Đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos . . . . .	18
2.2 Đường tròn nội tiếp Archimedean liên quan đến Arbelos . . . . .	33
Kết luận	50
Tài liệu tham khảo	51

# Lời cảm ơn

Để hoàn thành được luận văn một cách hoàn chỉnh, ngoài sự nỗ lực học hỏi của bản thân, em luôn nhận được sự hướng dẫn và giúp đỡ nhiệt tình của PGS. TS. Trần Việt Cường, giảng viên Trường Đại học Sư phạm, Đại học Thái Nguyên. Em xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến thầy và xin gửi lời tri ân nhất của em đối với những điều thầy đã dành cho em.

Em xin chân thành cảm ơn Phòng Đào tạo, Khoa Toán Tin, quý thầy cô giảng dạy lớp Cao học K12A5 (2018 - 2020) Trường Đại học Khoa học - Đại học Thái Nguyên đã tận tình truyền đạt những kiến thức quý báu cũng như tạo điều kiện cho em hoàn thành khóa học.

Tôi xin cảm ơn Ban Giám hiệu Trường Trung học phổ thông Na Rì, Na Rì, Bắc Kạn đã tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập.

Tôi xin gửi lời cảm ơn chân thành nhất tới gia đình, bạn bè và đồng nghiệp, những người đã động viên, hỗ trợ và tạo điều kiện cho tôi trong suốt quá trình học tập và thực hiện luận văn.

Xin trân trọng cảm ơn.

*Thái Nguyên, tháng 01 năm 2021*

Tác giả luận văn

**Nguyễn Minh Phú**

# Mở đầu

## 1. Mục đích của đề tài luận văn

Điểm, đường thẳng, tam giác, đường tròn, ... là những đối tượng nghiên cứu cơ bản của Hình học Euclid. Với chủ ý tìm hiểu thêm về đường tròn, chuỗi các đường tròn cùng các vấn đề khác trong hình học phẳng, chúng tôi muốn nghiên cứu, trình bày về đường tròn Archimedean. Từ đó, chúng tôi trình bày một số kết quả về đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos.

## 2. Nội dung của đề tài, những vấn đề cần giải quyết

Đường tròn Archimedean nói chung và đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos là một trong những vấn đề có chứa những kết quả đẹp trong hình học phẳng. Với mong muốn được tìm hiểu sâu hơn về đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos trong hình học Euclid. Bài luận văn của chúng tôi sẽ trình bày về "Đường tròn nội tiếp Archimedean liên quan đến Arbelos" để tả vẻ đẹp của Hình học phẳng, dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Trần Việt Cường.

Nội dung của đề tài luận văn dự kiến viết trong 2 chương:

### Chương 1. Một số kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, ngoài trình bày các kiến thức chuẩn bị có liên quan đến đề tài. Các nội dung trên được tổng hợp từ nhiều nguồn tài liệu.

1.1. Một số kiến thức chuẩn bị.

1.2. Đường tròn Archimedean.

### Chương 2. Một số cặp đường tròn kiểu Archimedean khác



Trong chương này, chúng tôi trình bày một số kết quả về đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos các nội dung này được tham khảo từ các tài liệu.

**2.1.** Đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos.

**2.2.** Đường tròn nội tiếp Archimedean liên quan đến Arbelos.

Luận văn tập trung nghiên cứu bài toán đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos.

# Chương 1

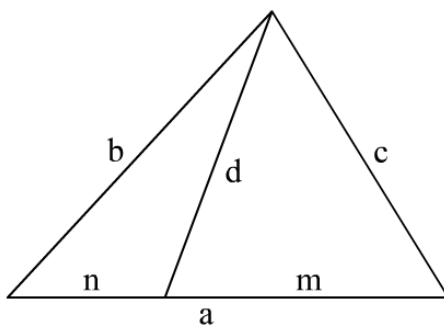
## Một số kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, chúng tôi trình bày khái niệm hình Arbelos, đường tròn Archimedean, và tìm các đường tròn Archimedean liên quan đến Arbelos. Chương này cũng nhắc lại một số kiến thức chuẩn bị cần thiết dùng để chứng minh các đường tròn là đường tròn Archimedean.

### 1.1 Một số kiến thức chuẩn bị

**Định lý 1.1.1** (Định lý Stewart's). *Gọi  $a, b$  và  $c$  là độ dài các cạnh của một tam giác. Gọi  $d$  là độ dài của đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tam giác với điểm nằm trên cạnh (ở đây là cạnh có độ dài là  $a$ ) đối diện với đỉnh đó. Đoạn thẳng này chia cạnh  $a$  thành hai đoạn có độ dài  $m$  và  $n$ . Khi đó*

$$b^2m + c^2n = a(d^2 + mn)$$



Hình 1.1: Hình định lý Stewart's